



Динамика больших систем с запаздыванием

д.ф.-м.н., проф. **Сергей Александрович Кащенко**

*Региональный научно-образовательный математический центр
«Центр интегрируемых систем», Ярославский государственный университет
им. П.Г. Демидова, Ярославль*

Рассматриваются динамические свойства нескольких важных классов цепочек из одинаковых элементов, каждый из которых описывается уравнением или системой квазилинейных уравнений. Пусть каждый элемент обладает тривиальной динамикой: все решения стремятся к нулю при $t \rightarrow \infty$. Основное предположение состоит в том, что количество N элементов достаточно велико: $N \gg 1$. Поэтому естественным образом возникает малый параметр $\varepsilon = N^{-1} \ll 1$. Сингулярность задачи состоит в том, что система имеет размерность ε^{-1} , поэтому нет перехода к вырожденному случаю, когда $\varepsilon = 0$. Наиболее часто изучаются кольцевые цепочки, когда последний элемент совпадает с первым. Здесь будут рассмотрены классы нескольких цепочек, когда связи между крайними элементами более сложные. Будет показано, что это может приводить к появлению новых динамических эффектов.

При большом количестве элементов цепочки удастся осуществить переход от изучения дискретных систем связанных элементов к изучению пространственно-распределенного уравнения в частных производных с непрерывной зависимостью от пространственной переменной и отклонениями пространственного аргумента.

При анализе цепочек представляет интерес изучение случаев, близких к критическим в задачах об устойчивости состояния равновесия. Особенностью таких критических случаев для больших цепочек является тот факт, что эти случаи имеют «бесконечную» размерность в том смысле, что асимптотически большое количество корней характеристического уравнения стремится к мнимой оси при $\varepsilon \rightarrow 0$. Использовать наиболее мощные методы анализа динамики, основанные на применении интегральных инвариантных многообразий и нормальных форм здесь не удастся. Основу исследований составляет бесконечномерный аналог метода нормальных форм – метод квазинормальных форм. С его помощью удастся свести изучение больших систем к анализу динамики специальных нелинейных уравнений с частными производными и с краевыми условиями тоже специального вида. Решения этих квазинормальных форм позволяют построить асимптотику решений исходной системы.

Новые динамические эффекты могут возникать в случаях, когда в цепочках присутствует запаздывающая связь. При условии, когда запаздывание тоже является большим параметром, удастся эффективно применять методы квазинормальных форм. На этом пути возникают новые классы квазинормальных форм, в которых присутствует уже не одна, а две пространственные переменные.

Есть еще одна важная характеристика больших цепочек – это множество всех тех элементов, которые существенно влияют на функционирование этого элемента. На этом пути в исходном распределенном уравнении, описывающем цепочку, появляется интегральное слагаемое, в котором фигурируют операторы Гауссовского типа. При описании динамических свойств исходной системы для таких случаев характерна еще более разнообразная динамика.

Работа выполнена в рамках программы развития Регионального научно-образовательного математического центра Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение о предоставлении субсидии из федерального бюджета № 075-02-2026-1331).